

М  
К 682

К

Московское ордена Трудового Красного Знамени Высшее Техническое Училище  
им. Баумана

335 48

Экземпляр № \_\_\_\_\_

С. П. КОРОЛЕВ

X **ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТ  
ДАЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ**

Лекция 2-я

ПРОВЕРЕН  
1952

Приложение к ВД № 10/8 7-21

2497/1180

# Лекция вторая

Для получения приближенной зависимости

$$L = f(v) \text{ или } V_f(L)$$

Вспользуемся выражением, дающим дальность эллиптического участка  $L_{эл}$  (или соответствующий ей центральный угол  $2\beta$ ) в функции параметра  $v$  и угла  $\theta$ .

$$tg\beta = \frac{v tg\theta}{tg^2\theta + (1-v)} \tag{1}$$

Здесь

$$v = \frac{V_k^2 \cdot z_k}{g_0 R^2} = \frac{V_k^2 \cdot z_k}{398621} \tag{2}$$



58

Определим оптимальное значение угла  $\theta$ . Для этого возьмем производную от  $tg\beta$  по переменной  $tg\theta$  и приравняем нулю:

$$\frac{d(tg\beta)}{d(tg\theta)} = \frac{v(tg^2\theta + 1 - v) - 2v tg^2\theta}{[tg^2\theta + (1-v)]^2} = 0,$$

откуда следует, что:

$$tg\theta = \sqrt{1-v}$$



Подставляем значение  $tg\theta$  в (1):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\nu \sqrt{1-\nu}}{2(1-\nu)} = \frac{\nu}{2\sqrt{1-\nu}}$$

Откуда легко получить эллиптическую дальность:

$$L_{\text{эл}} = 2R \cdot \sigma \operatorname{arctg} \frac{\nu}{2\sqrt{1-\nu}} \quad (4)$$

Так как высота конца активного участка по сравнению с радиусом земли мала, то колебание  $\sigma_k$  влияет на  $\nu$  не сильно, поэтому для приближённых расчётов мы принимаем  $\sigma_k = R$ , а

$$\nu = \frac{\nu_k^2 R}{398621} = \frac{\nu_k^2}{62,57} \quad (5)$$

Подстановка полученного значения  $\nu$  в (4) даёт:

$$L_{\text{эл}} = 2R \cdot \sigma \operatorname{arctg} \frac{\nu_k^2}{15,82 \sqrt{62,57 - \nu_k^2}} \quad (6)$$

Если дугу  $\operatorname{arctg} \frac{\nu_k^2}{15,82 \sqrt{62,57 - \nu_k^2}}$  брать в градусах, то:

$$L_{\text{эл}} = 222,4 \sigma \operatorname{arctg} \frac{\nu_k^2}{15,82 \sqrt{62,57 - \nu_k^2}} \quad (7)$$

Значение  $\nu_k$  можно получить имея заданную дальность из формулы (7), но можно значение  $\nu_k$  получить следующим образом:

Из (3) имеем

$$\nu = 1 - \operatorname{tg}^2 \theta$$

Подставляя это значение в (1) получим:

Зак. 470.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \theta) \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg}^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \theta} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \theta}{2 \operatorname{tg} \theta} = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\theta} = \operatorname{tg}(90^\circ - 2\theta)$$

Вспомогательные формулы:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg}^2 \theta};$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg} 2\theta} = \operatorname{ctg} 2\theta = \operatorname{tg}(90^\circ - 2\theta)$$

Отсюда:

$$\beta = 90^\circ - 2\theta; \quad \theta = 45^\circ - \frac{\beta}{2} \quad (8)$$

Далее из (1) и (3) имеем:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\nu}{2\sqrt{1-\nu}} = \frac{\nu}{2 \operatorname{tg} \theta};$$

Отсюда  $\nu = 2 \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \theta$ ;

Подставляя  $\theta$  из (8), а  $\nu$  из (5), получим:

$$\frac{\nu_k^2}{62,57} = 2 \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\beta}{2}\right),$$

но  $\beta = \frac{L_{\text{эл}}}{2R}$ , поэтому  $\frac{\nu_k^2}{62,57} = 2 \operatorname{tg} \frac{L_{\text{эл}}}{2R} \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{L_{\text{эл}}}{4R}\right)$

Если подставить сюда  $R = 6371 \text{ км}$  и углы <sup>выраженные</sup> представить в градусах, то окончательно получим:

$$\nu_k = 11,19 \sqrt{\operatorname{tg} \frac{L_{\text{эл}}}{222,4} \operatorname{tg} \frac{L_{\text{эл}}}{222,4}} \left[ \frac{\text{км}}{\text{сек}} \right] \quad (9)$$

Зависимости (7) и (9) связывают конечную скорость

Зак. 470.

с эллиптической дальностью. Для определения полной дальности введём коэффициент "К" таким образом, чтобы:

$$L = K L_{эл.}$$

Зависимость  $K = f(L)$  получена на основании обработки целого ряда расчётов и приводится на графике №1.

Зависимость  $L_{эл} = f(\theta_k)$  приводится на графике №2

Задачей метода приближённого расчёта является получение зависимости скорости на активном участке и полной дальности ракеты относительно её параметров.

В качестве таких параметров мы выберем:

1)  $\mu$  отношение текущего веса к начальному весу

2)  $P_{уд.п.}$  — удельная тяга в пустоте.

3)  $V_0$  — отношение начального веса к начальной тяге

4)  $P_m$  — нагрузка на мидель.

5)  $\Delta P_{уд}$  — разница между удельными тягами в пустоте и на уровне моря.

6)  $\theta_k$  — угол наклона касательной к траектории относительно горизонта

Для получения метода приближённого расчёта

воспользуемся уравнениями движения ракеты, учитывая лишь основные силы, действующие в полёте. Этому атаке пренебрегаем.

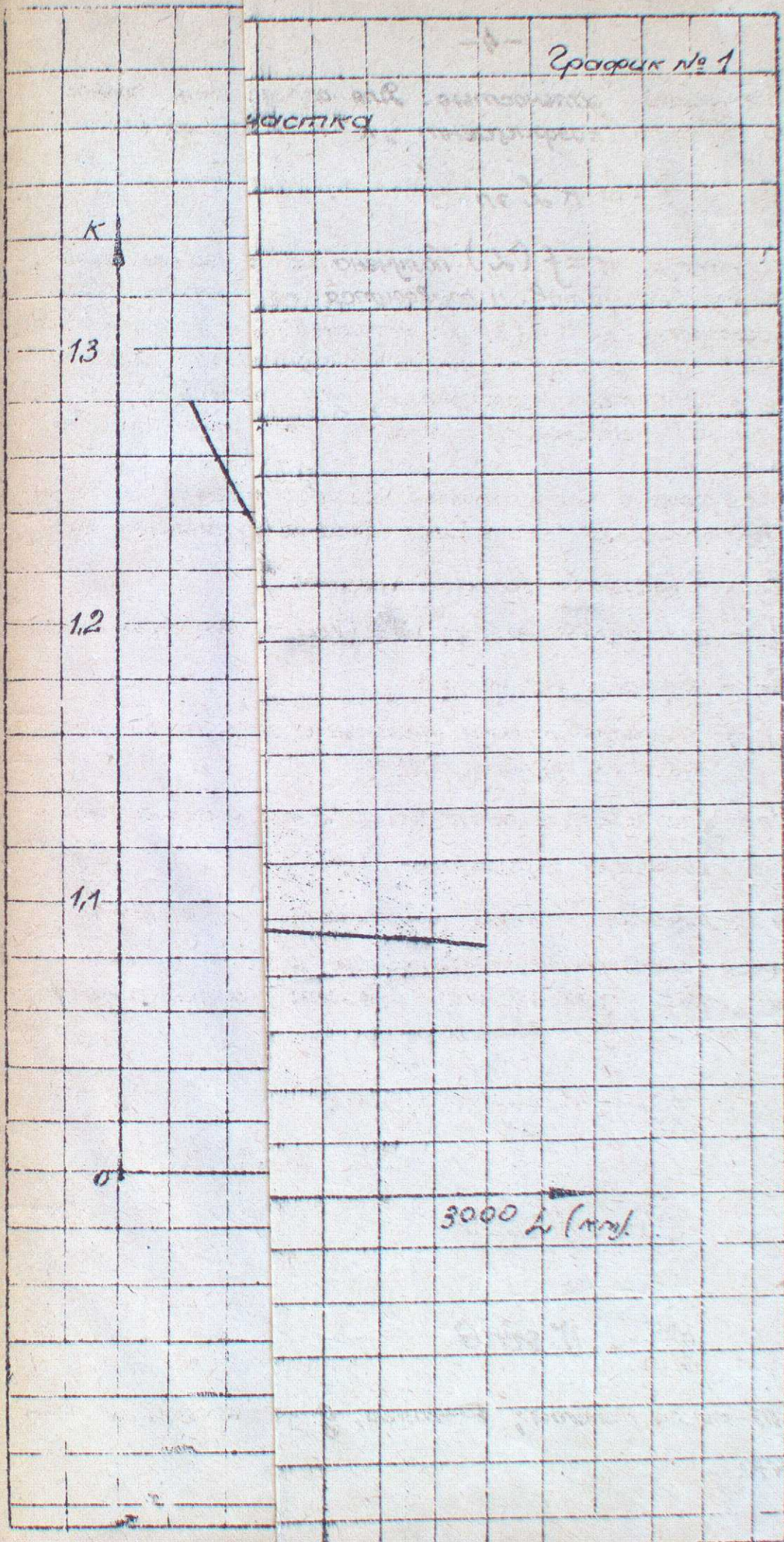
$$\frac{dv}{dt} = \frac{P - x}{m} - g \sin \theta \quad (10)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cdot \cos \theta \quad (11)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \cdot \sin \theta \quad (12)$$

Здесь:  $m$  — масса ракеты;  $P$  — тяга;  $g$  — ускорение силы тяги.  
Зак. 470.

График № 1



Для определения полной  
"к" таким образом,

пункта на основании обра-  
дывается на графике №1.  
используется на графике №2  
ного расчёта является  
и на активном уча-  
келты относительные №

мы выберем:  
веса к начальному веку  
путь.

го веса к начальной тяге

льными тягами в пушто-  
я.

ной к траектории отно-

плизённого расчёта

ния ракеты, учиты-  
действующие в полёте.

$\ln \theta$  (10)

(11)

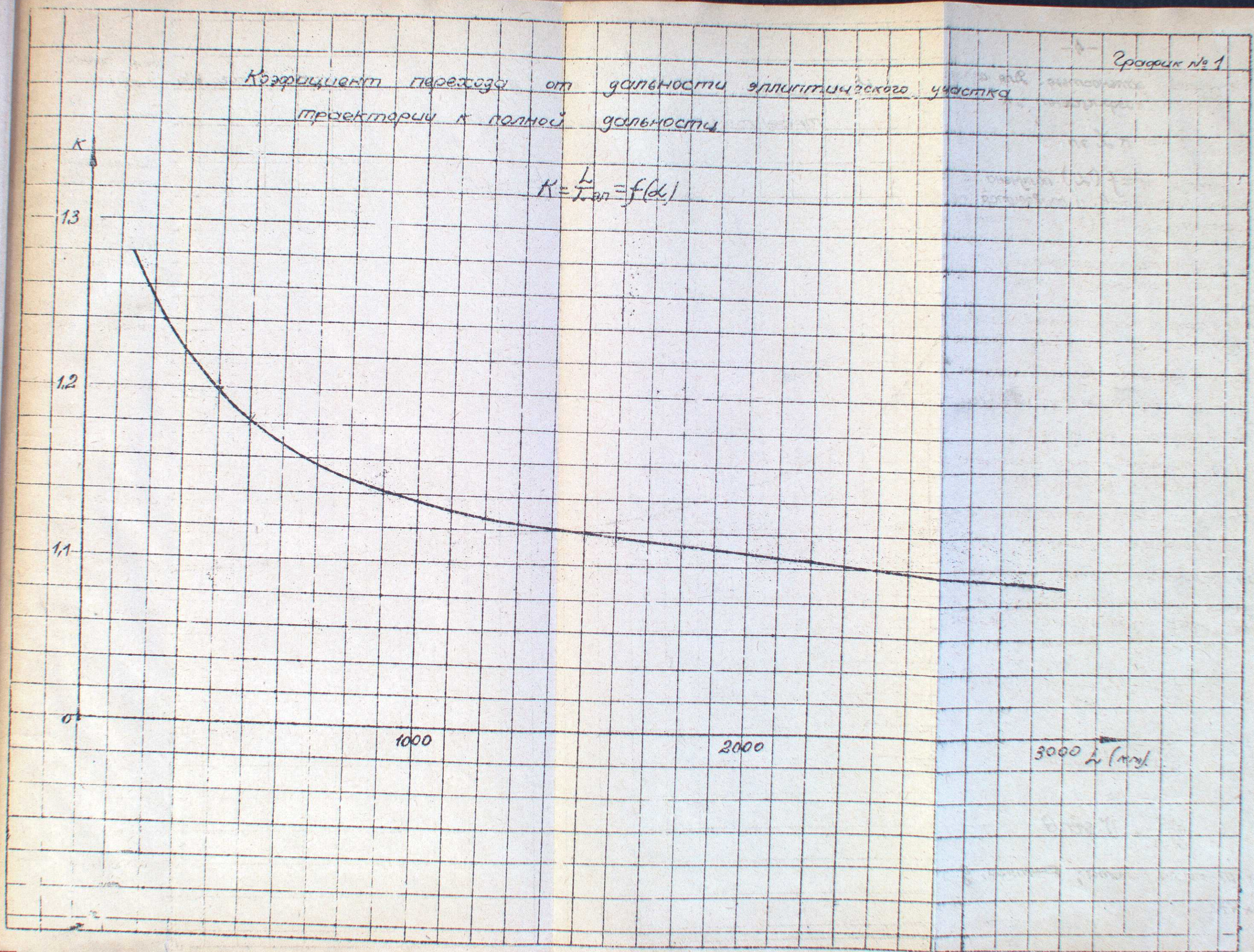
(12)

g-ускорение силы тя-

График № 1

Коэффициент перехода от дальности эллиптического участка  
траектории к полной дальности

$$K = \frac{L}{L_{\text{эл}}} = f(\alpha)$$



L, км

Зависимость дальности эллиптического участка  
от конечной скорости

График № 2

$$L_{эл} = 2R_{сес} \operatorname{tg} \frac{V_k^2}{15,82 \sqrt{62,57 - V_k^2}}$$

4000

3000

2000

1000

0

1000

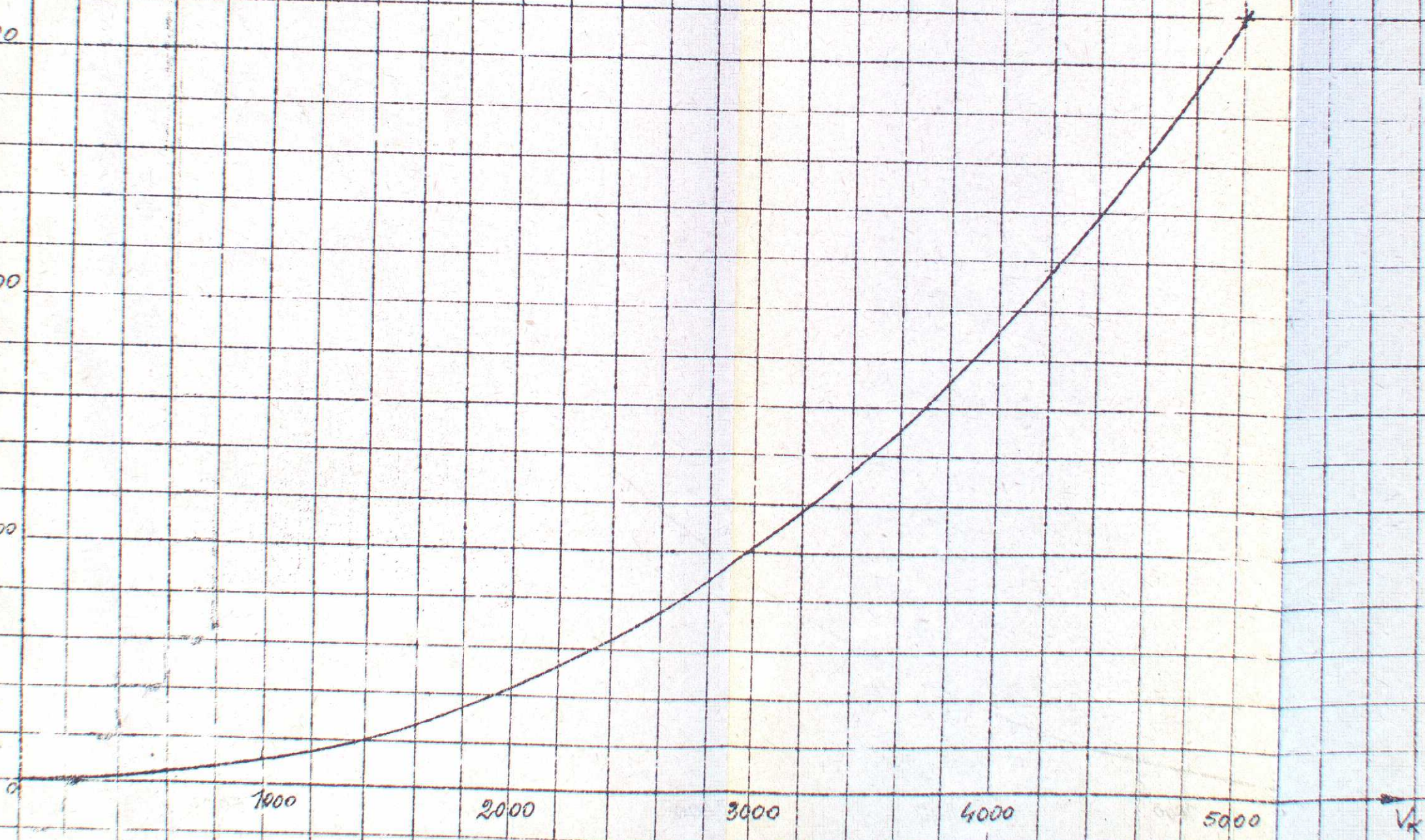
2000

3000

4000

5000

V<sub>k</sub>



жесткости;  $X$  - сила лобового сопротивления;  
 $\theta$  - угол наклона касательной к траектории, относи-  
тельно горизонта.

Для тяги принимается следующий закон из-  
менения с высотой.

$$P = P_0 + F_0 \cdot \left( \frac{H}{H_0} + \frac{H}{H_0} \right) (P_0 - P) \quad (13)$$

Заметим, что  $P$  достигает максимального зна-  
чения при  $P=0$ , т.е. в пустоте:

$$P_n = P_0 + F_0 \cdot P_0 \quad (14)$$

Сила сопротивления воздуха определяется как

$$X = \frac{\rho v^2}{2} C_x \cdot S \quad (15)$$

Запишем уравнение (10) в несколько ином виде:

$$dv = \left( \frac{P}{m} - g \sin \theta - \frac{X}{m} \right) dt \quad (16)$$

и введём следующие обозначения:

$$\mu = \frac{m}{m_0} \quad (17)$$

$$\tau = \frac{m_0}{m} [\text{сек}] \quad (18)$$

$$\tau = \frac{m_0}{m}; \quad \dot{\tau} = \frac{P_0}{P_{y0}}; \quad \dot{m} = \frac{P_0}{g \cdot P_{y0}};$$

$$\tau = \frac{m_0 \cdot g \cdot P_{y0}}{P_0} = \frac{G_0 \cdot P_{y0}}{P_0} = \sqrt{G_0} \cdot P_{y0} [\text{сек}]$$

$$C_0 = \frac{P_0}{m} \left[ \frac{m}{\text{сек}} \right] \quad (19)$$

$$C_n = \frac{P_n}{m} \left[ \frac{m}{\text{сек}} \right] \quad (20)$$

$$P_m = \frac{G_0}{S} \left[ \frac{кг}{м^2} \right] \quad (21)$$

$\mu$  — безразмерный коэффициент, характеризующий относительный вес ракеты, т.е. показывающий какую долю от первоначального веса сохраняет ракета в рассматриваемый момент. Коэффициент  $\mu$  теоретически может изменяться в пределах от 1 до 0. В момент старта  $\mu=1$ , в момент выключения двигателя  $\mu$  принимает минимальное для данной траектории значение;  $\mu$  в известной степени характеризует совершенство конструкции с точки зрения максимального облегчения несущих и силовых элементов и наиболее рационального использования „мертвого веса“ конструкции. Величина  $(1-\mu)$  показывает какая доля от первоначального веса израсходована к рассматриваемому моменту.

$T$  — идеальное время, т.е. время работы двигателя такой „идеальной“ ракеты, у которой конечное значение  $M_k=0$ . Другими словами,  $T$  — время, в течении которого при данном постоянном секундном расходе горючего бы количество топлива, равное по весу стартовому весу ракеты.

$\mu$ ,  $T$  и  $t$  — связаны между собой определенными зависимостями.

Из (17) и (18) имеем:

$$\mu = \frac{m}{m_0} = \frac{m_0 - \dot{m}t}{m_0} = 1 - \frac{t}{T} \quad (22)$$

$$t = T(1 - \mu) \quad (23)$$

$$T = \frac{t}{1 - \mu} \quad (24)$$

$C_0$  — фиктивная скорость истечения продуктов сгорания на земле; вычисляется как отношение абсолютной тяги на земле (за вычетом потерь на управление) к секунднему расходу массы.

$C_p$  — фиктивная скорость истечения продуктов сгорания в безвоздушном пространстве вычисляется как отношение абсолютной тяги в пустоте (за вы-

четом потерь на управление) к секунднему расходу массы.

$C_0$  и  $C_p$  не являются истинными скоростями истечения газов из сопла, как это видно из следующих рассуждений.

Полная тяга может быть записана в виде:

$$P = \dot{m}C_0 + F_a \left( \frac{P_a}{P} \right) (P_a - P)$$

где  $C_0$  — истинная скорость истечения.

$F_a$  — площадь выходного сечения сопла.

$P_a$  — давление газа на срезе сопла.

$P$  — наружное давление.

Из последнего выражения следует:

$$\frac{P}{\dot{m}} = C_0 + \frac{F_a}{\dot{m}} (P_a - P)$$

Если обозначить  $C_0 + \frac{F_a}{\dot{m}} (P_a - P) = C$ , то  $\frac{P}{\dot{m}} = C$  и будет фиктивной скоростью истечения.

Следует заметить, что фиктивная скорость истечения совпадает с истинной только при расчетном режиме работы двигателя, т.е. на расчетной высоте, которая определяется равенством  $P_a = P$ .

Под секундным расходом массы понимается суммарный расход всех компонентов, участвующих в облегчении массы ракеты. Фиктивные скорости истечения\*)  $C_0$  и  $C_p$  физически означают величину абсолютной тяги в кг, приходящуюся на каждую единицу секундного расхода массы.

Если соответствующие значения абсолютных тяг относить не к секунднему расходу массы, а к секунднему расходу веса, то получим удельные

\*) В дальнейшем вместо термина „фиктивная скорость истечения“ мы будем для удобства пользоваться термином „скорость истечения“



тяги:

$$\frac{P_0}{G} = P_{уд.0} \left[ \frac{кг}{кг/сек} \right] \quad (25)$$

$$\frac{P_n}{G} = P_{уд.п.} \left[ \frac{кг}{кг/сек} \right] \quad (26)$$

Из (19) и (25) можно получить, что

$$C_0 \dot{m} = P_{уд.0} G$$

или

$$C_0 = g P_{уд.0} \quad (27)$$

и аналогично

$$C_n = g \cdot P_{уд.п.} \quad (28)$$

$P_m$  - нагрузка на мидель или поперечная нагрузка, т.е. стартовый вес в кг., приходящийся на площадь наибольшего поперечного сечения ракеты. Как будет показано ниже, потеря скорости на преодоление сопротивления воздуха зависит от поперечной нагрузки. Чем больше поперечная нагрузка, тем меньше потеря скорости при проходе ракеты атмосферой. Поэтому  $P_m$  желательно иметь по возможности большим, не причиняя ущерба, однако, другим характеристикам ракеты.

Рассмотрим каждый член выражения (16) в отдельности:

первый член  $\frac{P}{m}$ ;

Учитывая (13), (14) и (17), имеет:

$$\frac{P}{m} = \frac{P_0 + F_a(P_0 - P)}{m_0 \mu} = \frac{P_0 - F_a P_0 - F_a P}{m_0 \mu}$$

$$= \frac{P_0 - F_a P_0 \frac{P}{P_0}}{m_0 \mu} = \frac{P_0 - (P_n - P_0) \frac{P}{P_0}}{m_0 \mu} =$$

$$= \frac{\dot{m}}{m_0 \mu} \left[ C_n - (C_n - C_0) \frac{P}{P_0} \right] = \frac{1}{\mu} \left[ C_n - (C_n - C_0) \frac{P}{P_0} \right];$$

Второй член составляет в том же виде.

Третий член  $\frac{x}{m}$ ;

$$\frac{x}{m} = \frac{\rho \frac{V^2}{2} C_x S g}{G_0 \mu} = \frac{\rho \frac{V^2}{2} C_x S g}{P_m \mu}$$

Подставляя эти значения в уравнение (16), получим:

$$dV = \left\{ \frac{1}{\mu} \left[ C_n - (C_n - C_0) \frac{P}{P_0} \right] - g \sin \theta - \frac{g}{P_m} \frac{\rho V^2 C_x S}{2 \mu} \right\} dt \quad (28a)$$

Из (23) имеем:  $t = -T \cdot d\mu$  (29)

Поэтому окончательно:

$$dV = - \left[ C_n - (C_n - C_0) \frac{P}{P_0} \right] \frac{1}{\mu} d\mu + g T \sin \theta d\mu + \frac{g T}{P_m} \frac{\rho C_x S}{\mu} d\mu,$$

где скоростной напор  $\frac{\rho V^2}{2}$  обозначен через  $q$ .

Проинтегрируем полученное уравнение в пределах от  $V_0$  до  $V$  и от  $\mu_0$  до  $\mu$ .

$$V - V_0 = -C_n \ln \frac{\mu}{\mu_0} + (C_n - C_0) \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{P}{P_0} \frac{d\mu}{\mu} +$$

$$+ T \int_{\mu_0}^{\mu} g \sin \theta d\mu + \frac{g T}{P_m} \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{\rho C_x S}{\mu} d\mu$$

В качестве нижнего предела интегрирования примем параметры движения в момент старта, т.е.

$$\mu_0 = 1; \quad V_0 = 0.$$

Получим:

$$V_k = -C_n \ln \mu - (C_n - C_0) \int_{\mu}^1 \frac{P}{P_0} \frac{1}{\mu} d\mu -$$

$$- T \int_{\mu_0}^{\mu} g \sin \theta d\mu - \frac{g T}{P_m} \int_{\mu}^1 \frac{\rho C_x S}{\mu} d\mu \quad (30)$$

Обозначаем в уравнении (30):

$$y_1 = \int_{\mu}^1 g \sin \theta d\mu \quad (31)$$

$$y_2 = \int_{\mu}^1 g C_x \frac{d\mu}{\mu} \quad (32)$$

$$y_3 = \int_{\mu}^1 \frac{P}{P_0} \frac{d\mu}{\mu} \quad (33)$$

Таким образом, для вычисления скорости получим следующее основное выражение:

$$V = -C_n v_{\mu} \mu - T y_1 - \frac{gT}{P_m} y_2 - (C_n - C_0) y_3 \quad (34)$$

Член  $-C_n v_{\mu} \mu$  определяет скорость ракеты, движущейся при условии отсутствия притяжения Земли и атмосферы. Скорость истечения газов в этом случае, (а, следовательно, и тяга) будет постоянной и ~~максимальной~~.

Членом  $T y_1$  определяется потеря скорости, вызванная действием силы тяжести. Эта потеря является наиболее существенной среди всех других и должна быть учтена в первую очередь.

Член  $\frac{gT}{P_m} y_2$  составляет потерю скорости на преодоление сопротивления воздуха.

Относительная величина потери скорости на преодоление сопротивления воздуха

$$\left( \frac{gT}{P_m} y_2 : V \right) \text{ тем меньше, чем мощнее ракета.}$$

Являясь важным фактором при определении скорости небольших ракет (например А-4), эта потеря постепенно уменьшается, составляя для сверхдальних ракет до 2 ÷ 3% и меньше. Как это показано также на графике № 6.

Так как ракета движется в атмосфере, причём давление атмосферы с высотой переменное, то и тяга, согласно (13), будет переменной,

увеличиваясь от минимального начального значения до максимального в пустоте.

Поэтому член  $C_n v_{\mu}$  даёт преувеличенное значение скорости. Член  $(C_n - C_0) y_3$  даёт соответствующую поправку, учитывая это обстоятельство.

Если заданы все характеристики ракеты, то вычисление первого члена уравнения (34) никаких затруднений не вызывает.

Вычисление второго члена уравнения (34) связано с определением численного значения  $y_1$ . Для этого нам необходимо знать  $g$  и  $\sin \theta$  в функции  $\mu$  или  $t$ .

В первом приближении и с достаточным основанием (высоты на активном участке по сравнению с радиусом земли малы) можно считать  $g = const$ , чего нельзя допустить относительно  $\theta$ . Недопустимо также принимать его каким-либо средним значением, не рискуя сделать грубую ошибку. В то же время известно, что характер зависимости  $\theta = \theta(\mu)$  для всех дальних ракет имеет, примерно, одинаковый вид.

Известно также, что небольшие изменения зависимости  $\theta = \theta(\mu)$  на конечную скорость влияют незначительно.

Опыт работы показывает, что все зависимости  $\theta = \theta(\mu)$ , выбираемые из условий, о которых речь будет далее, имеют форму приближающуюся к квадратной параболе.

Поэтому, желая избавиться от большого числа вариаций зависимости  $\theta = \theta(\mu)$  и тем самым облегчить вычисления и сделать применимыми их для более общего случая, целесообразно принять для всех траекторий единую зависимость.

Если принятая зависимость после соответствующих расчётов и сравнений с более точными методами покажет удовлетворительно точность, то её можно будет использовать во всех дальнейших расчётах без изменений. Такая зависимость, как уже отмечалось, может быть принята в виде квадратной параболы, на которую наложены следующие условия:

1) В момент времени  $t_1$  ( $\mu = \mu_1$ ), соответствующий началу криволинейного полёта (начало программы)

угол  $\theta = 90^\circ$

2. Необходимый конечный угол наклона касательной к траектории достигается в момент  $t_2$ , соответствующий  $\mu = \mu_2$ .

3. В этой точке производная угла  $\theta$  по времени (угор) равно нулю.

В промежутке между  $\mu = \mu_1$  и  $\mu = \mu_2$  угол  $\theta$  изменяется по квадратной параболе. После  $\mu_2$  угол наклона касательной к траектории остаётся неизменным до момента выключения двигателя.

При этих условиях уравнение параболы удобно записать в виде:

$$\theta = A(\mu - \mu_2)^2 + B(\mu - \mu_2) + C \quad (35)$$

Коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$  легко определить из указанных трёх условий.

Для того, чтобы задача была более конкретной, необходимо задаться определёнными значениями  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , постоянными для всех возможных случаев расчёта.

Можно считать установленным, что вертикальный участок продолжается до значений  $\mu$ , близких к 0,95. Поэтому вполне естественно принять  $\mu_1 = 0,95$ .

Далее, активные участки почти всех ракет дальнего действия обладают тем свойством, что после  $\mu = 0,4 \div 0,5$  траектория либо прямолнейна, либо очень близко подходит к прямой. В то же время  $\mu_k$  больше, чем  $0,5 \div 0,4$ , как правило, не встречается.

Исходя из этого, можно участки траектории после  $\mu = 0,45$  считать для всех ракет прямолнейными и отличающимися друг от друга только величиной угла наклона. Поскольку мы заинтересованы стрельбу вести всегда при оптимальных углах, то  $\theta_k$  для разных траекторий будут разные.

Таким образом, потери скорости от силы тяжести будут функцией конечного угла  $\theta_k$  и  $\mu$ .

Подставим в уравнение (35)  $\mu_2 = 0,45$  и найдём производную угла  $\theta$  по переменной  $\mu$ :

$$\theta = A(\mu - 0,45)^2 + B(\mu - 0,45) + C \quad (36)$$

$$\frac{d\theta}{d\mu} = \dot{\theta} = 2A(\mu - 0,45) + B \quad (37)$$

Для определения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  имеем следующие три условия:

$$1. \mu = 0,95 \quad \theta = \frac{\pi}{2};$$

$$2. \mu = 0,45 \quad \theta = \theta_k;$$

$$3. \mu = 0,45 \quad \dot{\theta} = 0.$$

Используя третье условие получим:

$$B = 0.$$

Тогда уравнение (36) примет вид:

$$\theta = A(\mu - 0,45)^2 + C.$$

Используя второе условие, найдём, что

$$C = \theta_k.$$

И, наконец, первое условие позволяет определить коэффициент  $A$ .

$$\frac{\pi}{2} = A(0,95 - 0,45)^2 + \theta_k.$$

$$A = 4\left(\frac{\pi}{2} - \theta_k\right).$$

Подставляя все найденные коэффициенты в уравнение (36), получим зависимость:

$$\theta = \theta(\mu)$$

при параметре  $\theta_k$  в окончательном виде:

$$\theta = 4\left(\frac{\pi}{2} - \theta_k\right)(\mu - 0,45)^2 + \theta_k \quad (38)$$

Теперь нетрудно вычислить  $J_1$  в зависимости от  $\mu$  для различных значений  $\theta_k$ .  
Значения интеграла

$$J_1 = \int_{\mu}^1 g \sin \theta d\mu = \int_{\mu}^1 g \sin [4(\frac{\pi}{2} - \theta_k)(\mu - 0,45) + \theta_k] d\mu$$

приведены в таблице №1 и на графике №3, которыми и будем в дальнейшем пользоваться.

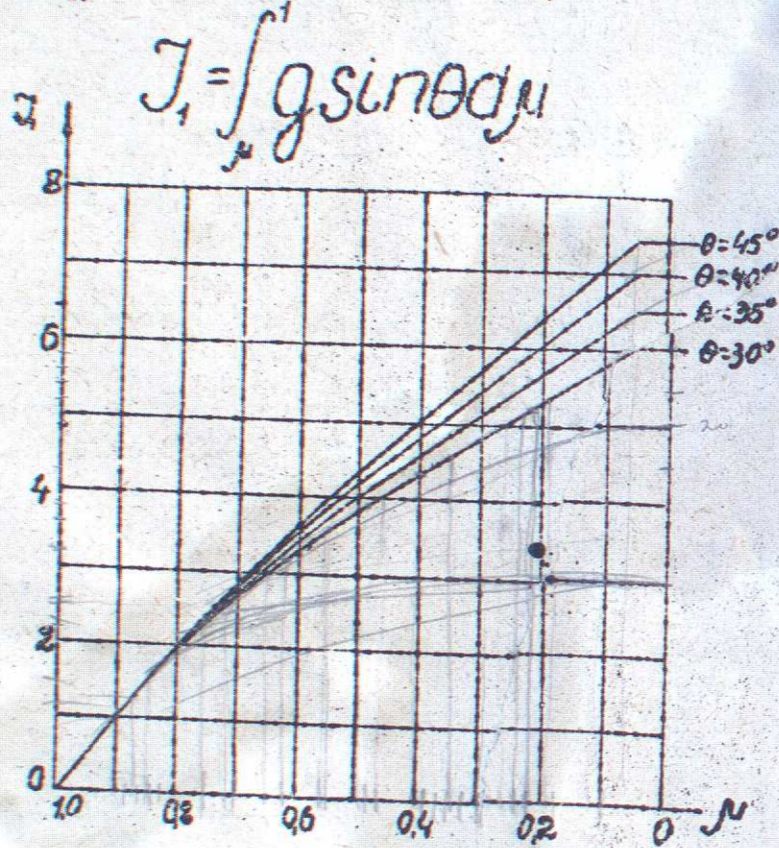


График №3.

Займёмся теперь интегралом  $J_2$ , выражающим влияние сопротивления воздуха.

$$J_2 = \int_{\mu}^1 \frac{q C_x}{N} d\mu$$

Для того, чтобы вычислить этот интеграл, необходимо заранее знать  $q = \frac{\rho v^2}{2}$  и  $C_x(\mu, h)$  в функции  $\mu$ .

Для получения этих зависимостей мы зак. 470.

Таблица №1.

$\mu$	$-\ln \mu$	$J_1$			
		$\theta=30^\circ$	$\theta=35^\circ$	$\theta=40^\circ$	$\theta=45^\circ$
1	0	0	0	0	0
0,9	0,1054	0,978	0,979	0,979	0,979
0,8	0,2232	1,833	1,900	1,916	1,920
0,7	0,3567	2,657	2,702	2,747	2,780
0,6	0,5109	3,284	3,383	3,478	3,556
0,5	0,6932	3,813	3,978	4,128	4,274
0,45	0,7985	4,060	4,261	4,455	4,628
0,40	0,9163	4,305	4,542	4,770	4,970
0,35	1,0499	4,550	4,823	5,085	5,317
0,30	1,2040	4,795	5,104	5,400	5,664
0,28	1,2769	4,893	5,216	5,526	5,802
0,26	1,3488	4,991	5,329	5,652	5,940
0,24	1,4309	5,089	5,441	5,778	6,078
0,22	1,5203	5,187	5,554	5,904	6,216
0,20	1,6095	5,285	5,666	6,030	6,335
0,19	1,6670	5,334	5,722	6,093	6,424
0,18	1,7245	5,383	5,778	6,156	6,494
0,17	1,7820	5,432	5,834	6,219	6,563
0,16	1,8395	5,481	5,890	6,282	6,633
0,15	1,8972	5,530	5,947	6,345	6,702
0,14	1,9789	5,579	6,003	6,408	6,772
0,13	2,0594	5,628	6,059	6,471	6,842
0,12	2,1405	5,677	6,115	6,534	6,911
0,11	2,2216	5,726	6,171	6,597	6,980
0,10	2,3026	5,775	6,228	6,660	7,051
0,09	2,4212	5,824	6,284	6,723	7,121
0,08	2,5398	5,872	6,340	6,786	7,191
0,07	2,6584	5,922	6,396	6,849	7,260
0,06	2,7771	5,971	6,452	6,912	7,330
0,05	2,8958	6,020	6,509	6,975	7,400

Зак. 470

60  
1000  
100  
10  
1

воспользуемся первыми двумя членами уравнения (34), дающими скорость в функции  $\mu$  при условии отсутствия атмосферы.

$$V_1 = C_{11} \sqrt{\mu} - T J_1 \quad (39)$$

Тогда высоты, соответствующие этим скоростям, будут

$$y_1 = \int_0^t V_1 \sin \theta dt = T \int_{\mu}^1 V_1 \sin \theta d\mu \quad (40)$$

$V_1$  и  $y_1$  назовём скоростью и высотой первого приближения. Зная  $V_1$  и  $y_1$ , легко вычислить:

$$J_2 = \int_{\mu}^1 \frac{\rho V^2}{2} C_x \frac{dN}{N}$$

При вычислении  $J_2$  вместо  $V$  будем подставлять  $V_1$ ,  $\rho$  будем брать не по истинным значениям  $y$ , а по  $y_1$ ;  $C_x$  будут соответственно определяться по  $V_1$  и  $y_1$  по таблицам, употреблявшимся нами ранее.

Большое количество расчётов, проведённых с целью определения  $J_2$ , позволило установить следующую эмпирическую зависимость: значения интеграла, соответствующие одному и тому же значению скорости, нанесённые на график в зависимости от величины

$$B = T \sqrt{C_{cp}} \cdot \sin \theta_k \cdot 10^{-3} \quad (41)$$

имеют вокруг некоторой средней кривой несущественный разброс.

Здесь

$$C_{cp} = \frac{C_{11} + C_e}{2}$$

Поэтому оказалось возможным построить зависимость

$$J_2 = f(V_1)$$

при параметре  $B$  (график №4).

Зак. 470.

$$V_1 = V_{11} - \Delta W_1$$

$$J_2 = \int_{\mu}^1 \frac{\rho V^2}{2} C_x d\mu$$

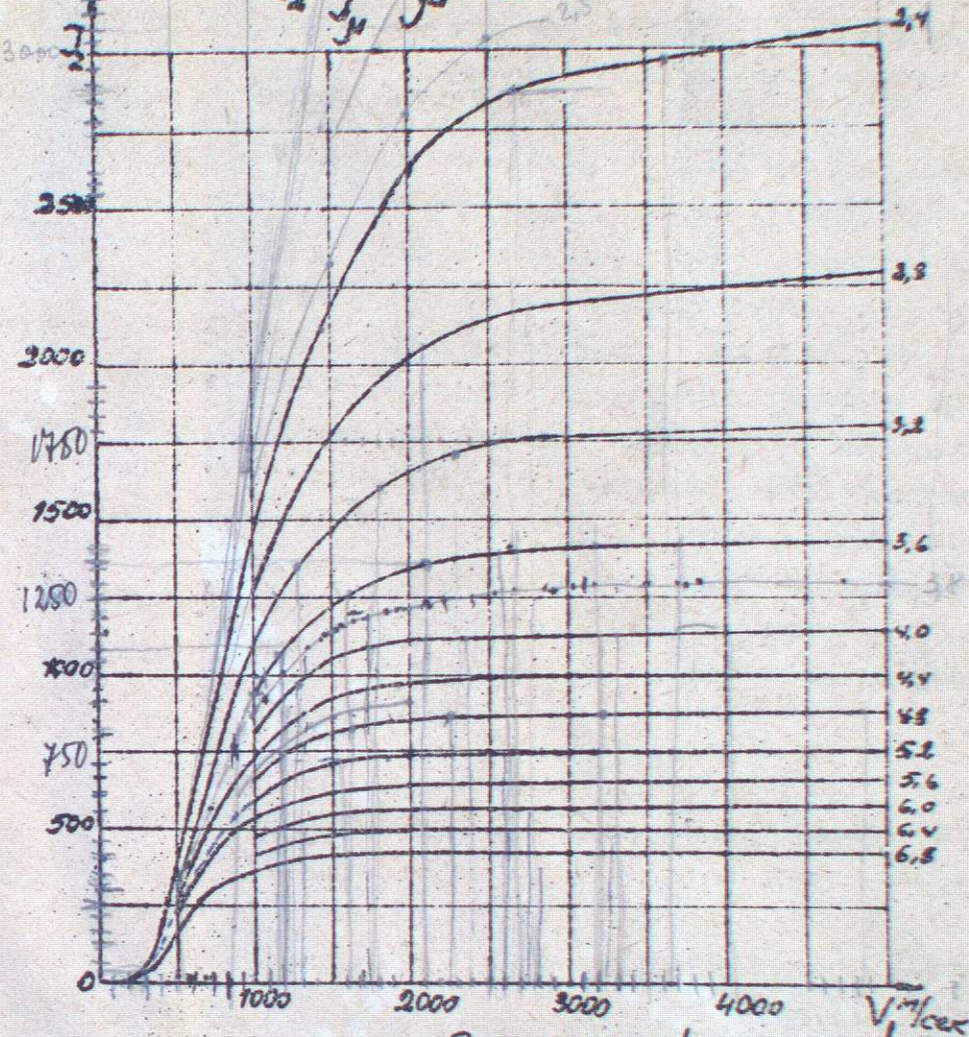


График №4.

Значения  $J_2$  получаются достаточно близко приближающиеся к действительным так как при вычислении скорости берутся завышенные (из первого приближения), а плотности — заниженные (из-за завышенности высот первого приближения).

Таким образом, для определения потери скорости от сопротивления воздуха достаточно вычислить:

$$B = T \sqrt{C_{cp}} \cdot \sin \theta_k \cdot 10^{-3}$$

и, взяв его в качестве параметра, найти  $J_2$  по графику — то есть от заранее известной из первого приближения скорости  $V_1$ .

Полученное  $J_2$  умножить затем на величину  $\frac{\rho T}{\rho_0}$ , которой

Зак. 470.



характеризуется каждая отдельно взятая ракета. Нужно заметить, что при вычислении  $J_2$  для всех ракет были приняты одинаковые коэффициенты  $C_x$ . Это обстоятельство, однако, не приводит к значительным ошибкам по следующим соображениям:

1. Для всех ракет нормальной баллистической системы коэффициенты  $C_x$ , примерно, одинаковы.

2. Зависимости  $C_x(N, h)$  по которым делается точный расчет для конкретной ракеты, сами по себе обладают значительными ошибками.

3. Влияние сопротивления воздуха для ракет, вообще говоря, невелико. Это в особенности относится к мощным ракетам, предназначенным для больших дальностей. Эти потери для современных ракет выражаются в потере скорости 4-5%. Поэтому ошибки за счет  $C_x$  оказывают незначительное влияние.

стоит еще одна поправка, которая учитывает изменение тяги с высотой и выражается в виде:

$$(C_n - C_0) J_3.$$

Для вычисления  $J_3$  необходимо знать:

$$\frac{P}{P_0} = \psi(\mu),$$

которая будет известна, если известна высота "у" в функции  $\mu$ . Было проведено большое количество расчетов с целью определения  $J_3$ , причем высоты "у" брались из второго приближения. Высотами второго приближения мы называем высоты, полученные при интегрировании уравнения (34) с учетом первых трех членов, т.е.:

$$y_2 = \int_{\mu}^1 [-C_n \ln \mu - T J_1 - \frac{gT}{P_m} J_2] T \cdot \sin \theta d\mu \quad (41)$$

В результате обработки этих расчетов удалось для величины  $\eta$ , равной:

$$\eta = 0,001 C_{cp} \sqrt[3]{C_{cp} \sin \theta} \cdot J_3$$

Зак. 470.

установить эмпирическую зависимость.

Для определения параметра  $\eta$  необходимо во-первых пользоваться графиком № 5, где  $\eta$  задается в зависимости от времени полета  $t$  и  $V_0$ .

$$V_0 = \frac{gT}{C_0} = \frac{T}{P_{y,0}} = \frac{G_0}{P_0}$$

$$\eta = f(t)$$

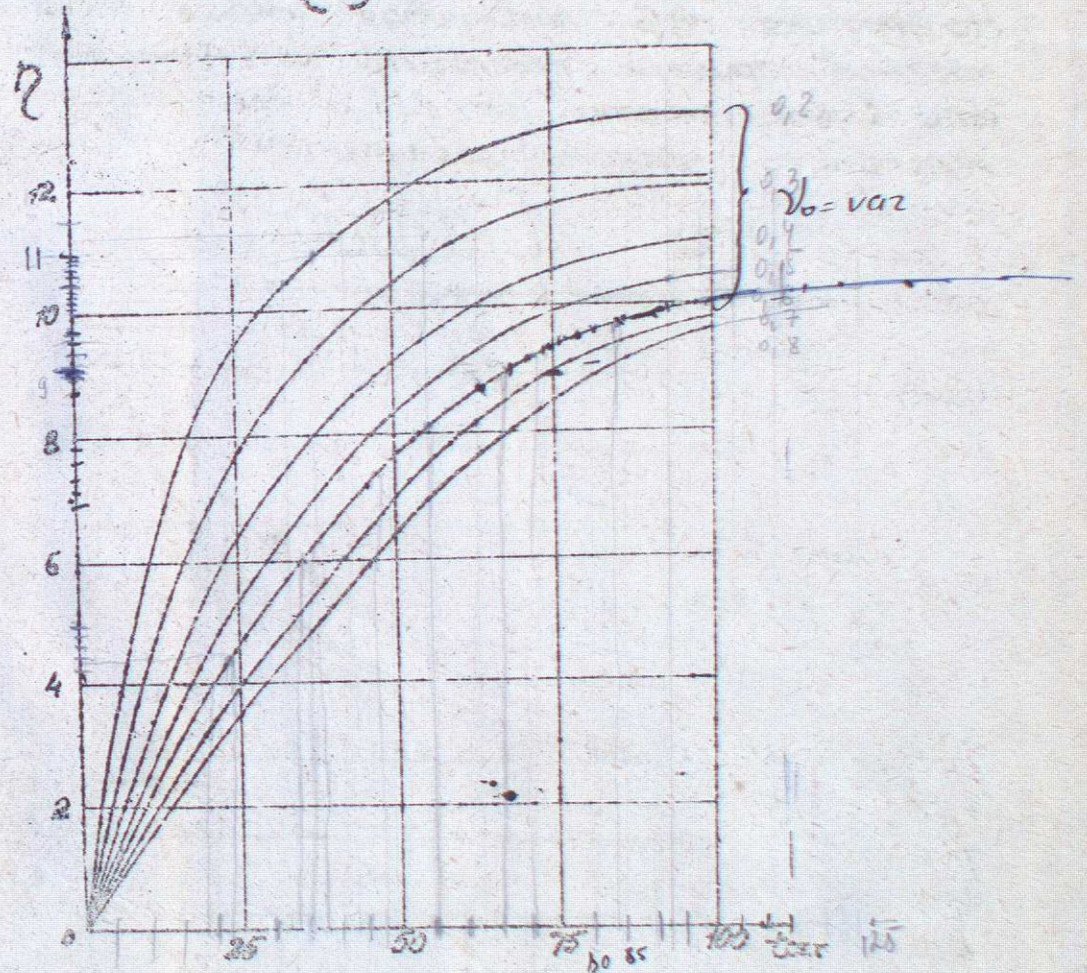


График 5.

Таким образом, имея конкретную ракету, вычисляем для нее  $V_0$  и находим для интегрируемого момента времени параметр  $\eta$ . Деля  $\eta$  на

$$0,001 C_{cp} \sqrt[3]{C_{cp} \sin \theta},$$

получаем  $J_3$

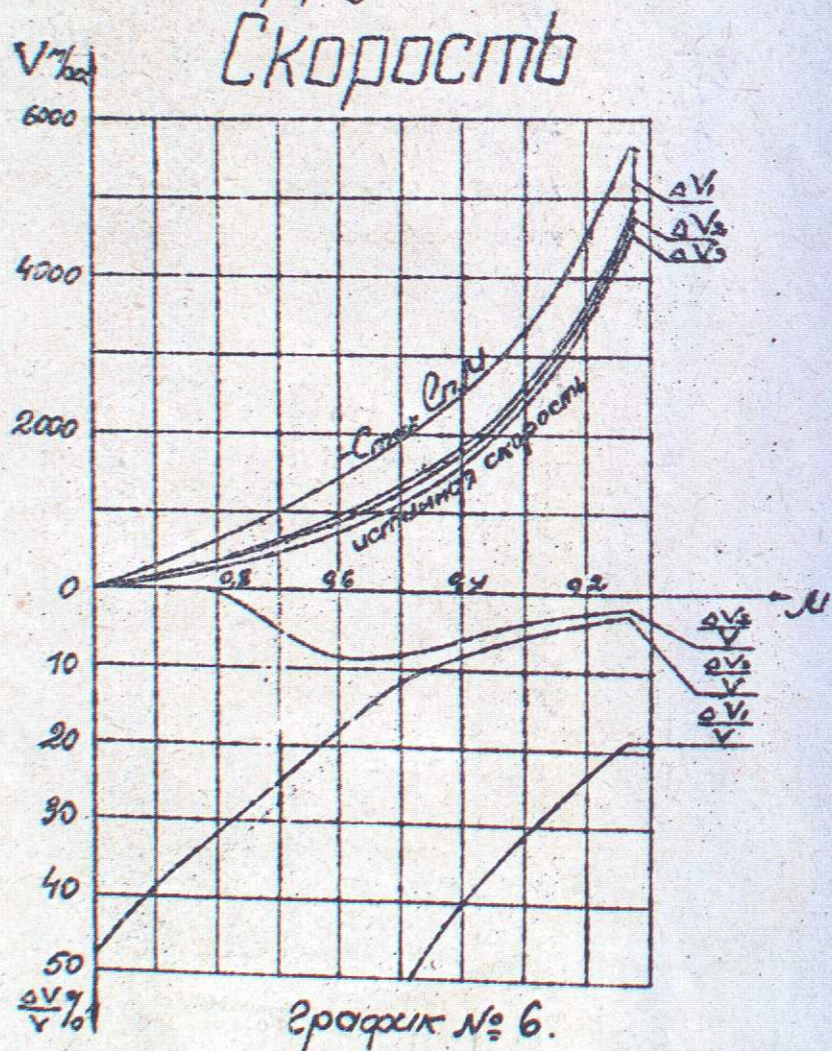
Зак. 470.

$$J_3 = \frac{\eta}{0,001 C_{sp} \sqrt{C_{sp} \sin \theta_k}} \quad (42)$$

Произведение  $J_3 (C_{11} - C_0)$  даёт нам искажённую потерю скорости на преодоление сопротивления воздуха.

После определения всех потерь по формуле (34) вычисляем окончательные скорости.

На графике №6 проводятся кривые, позволяющие на частном примере проследить за изменением скорости в зависимости от  $\mu$  и соотношением между отдельными членами формулы (34).



При следующих начальных условиях:

$$V_0 = 0,58; P_{уд.п} = 285 \frac{кг}{кг \cdot сек}; P_{уд.о} = 240 \frac{кг}{кг \cdot сек};$$

$$P_m = 10000 \frac{кг}{м^2}; \theta_k = 38^\circ 20'$$

Зад. 470.

На графике ниже отложены потери скорости  $\Delta V_1$ ,  $\Delta V_2$  и  $\Delta V_3$ , отнесённые к истинной скорости  $V$ .

Здесь обозначено:

$\Delta V_1 = T J_1$  - потеря скорости на преодоление силы тяжести

$\Delta V_2 = \frac{g \pi}{P_m} J_2$  - потеря скорости на преодоление силы сопротивления воздуха.

$\Delta V_3 = (C_{11} - C_0) J_3$  - потеря скорости на преодоление сопротивления атмосферы.

На графиках №7, 8 и 9 " $\Delta V_1 = f(\mu)$ ", " $\Delta V_2 = f(\mu)$ ", " $\Delta V_3 = f(\mu)$ " даётся сравнение отдельных потерь, вычисленных для частного примера двумя методами, а именно численным интегрированием и только что изложенным методом.

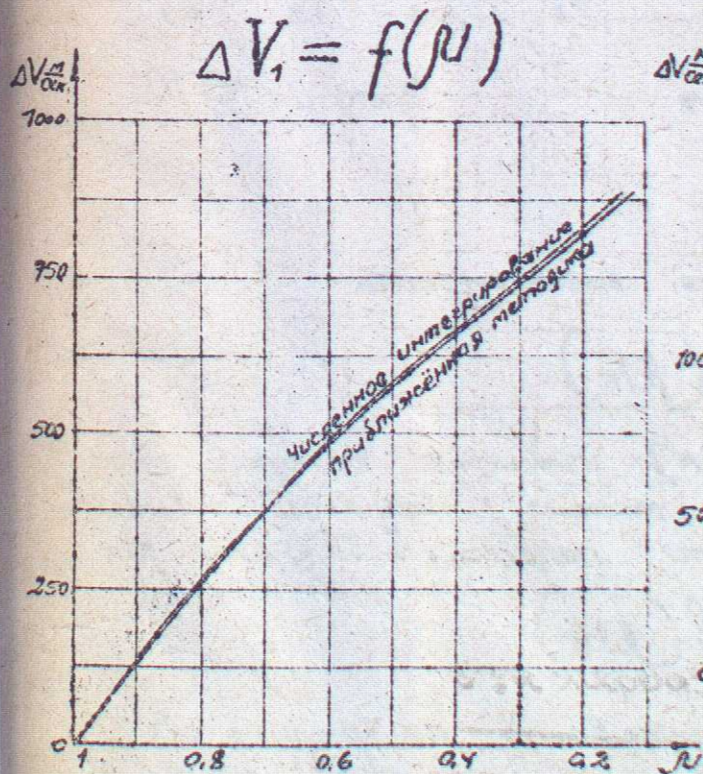


График №7.

На графике №10 приводится сравнение полной скорости, вычисленных этими же двумя методами

Зад. 470.

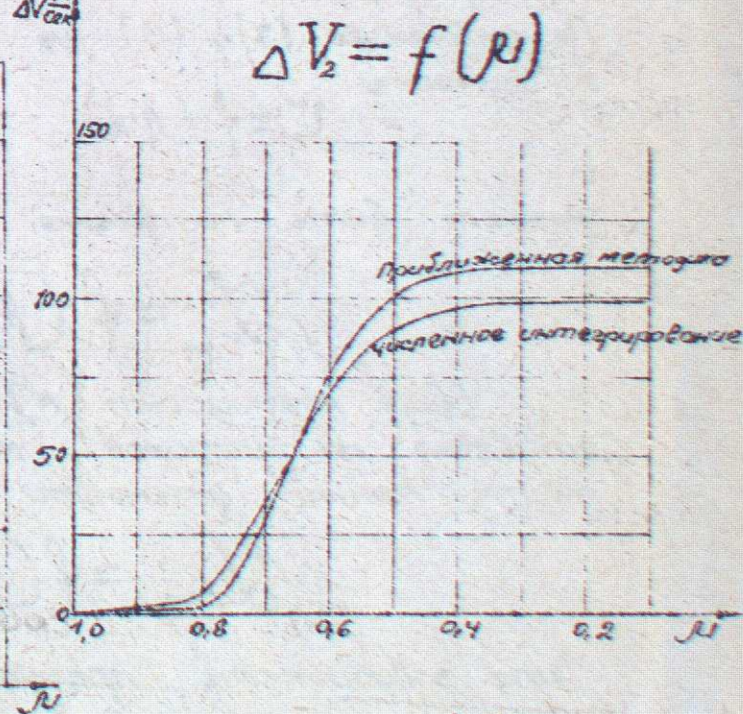
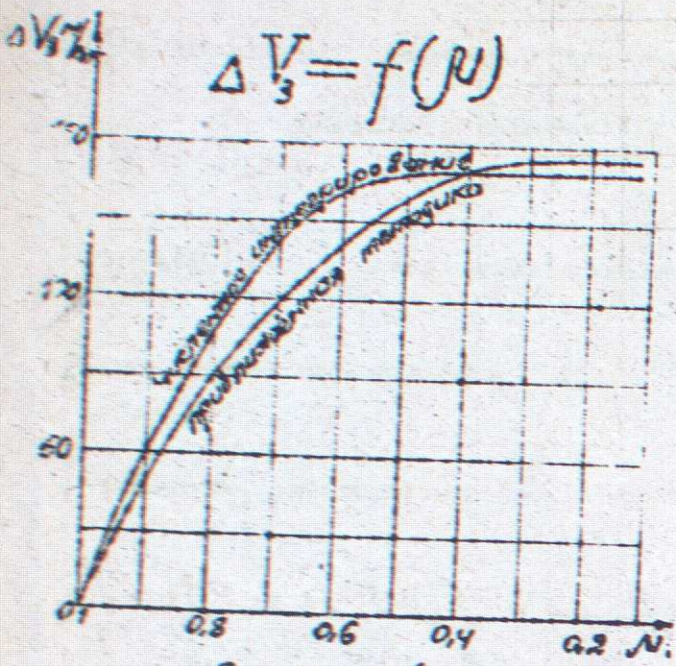


График №8.



$$\Delta V_3 = f(N)$$

График № 9

По уравнению (34) может быть построена зависимость:

$$V_k = f(N_k)$$

По уравнениям (7) и (9) из зависимости

$$V_k = f(N_k)$$

может быть построена зависимость

$$L_{оп} = f(N_k)$$

Вводя коэффициент (k) изменение которого представлено на графике № 10 можно получить зависимость полной дальности полёта от величины Nk

$$L_{полн.} = f(N_k)$$

Эта зависимость представлена на графике № 13. Получение по заданной величине дальности значения (Nk) позволяет перейти в дальнейшем к первому определению стартового веса.

# Скорость

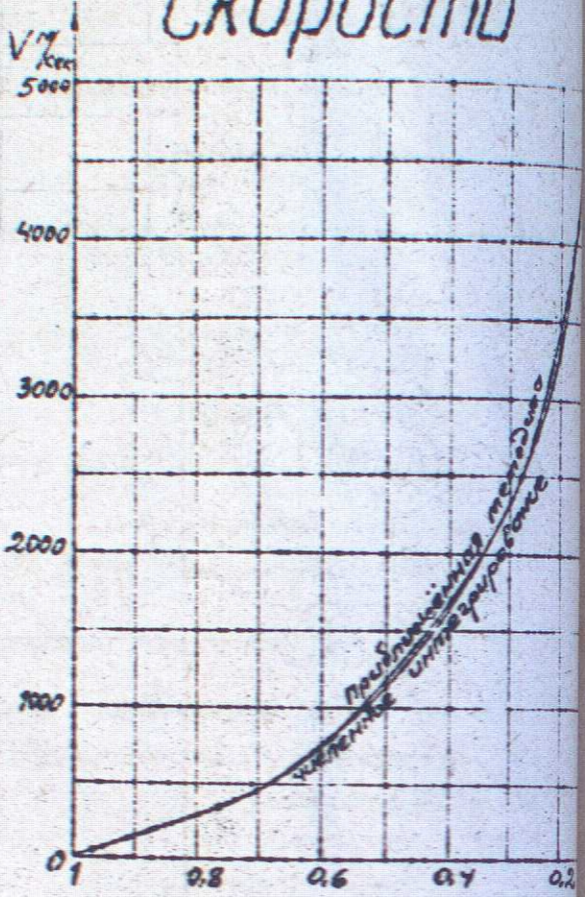


График № 10

1/11



# Скорость

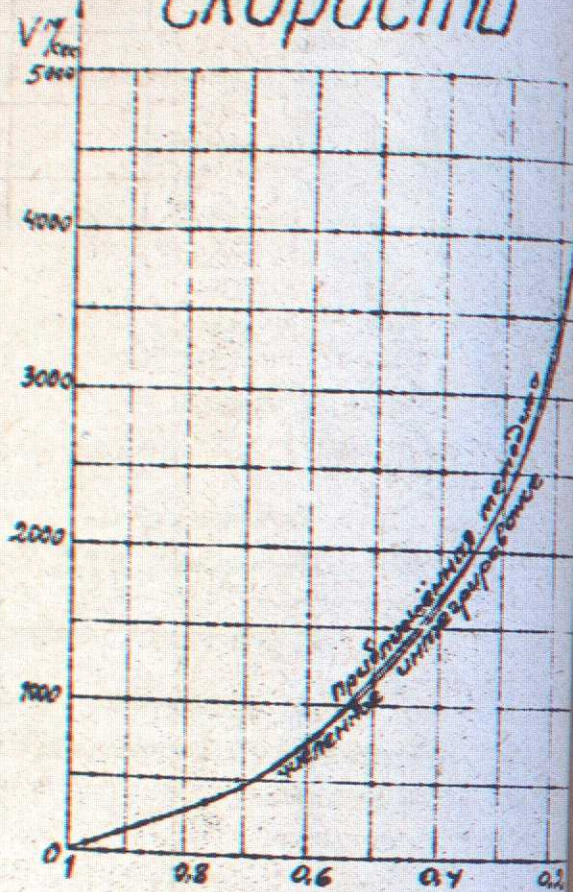


График № 10

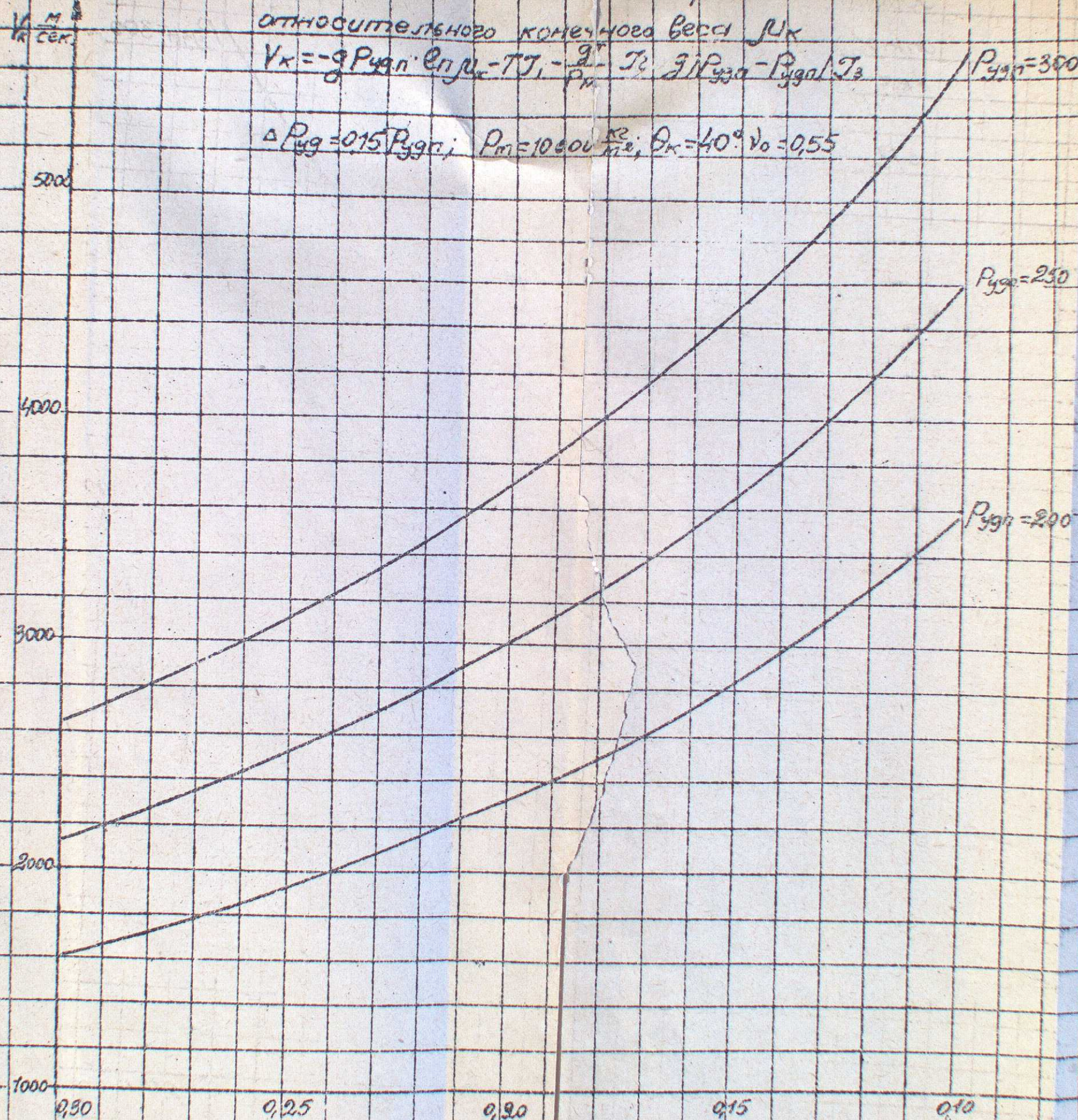
из  
к)  
зависимость  
 $\varphi(\mu_k)$   
изменение которого пред-  
можно получить зависи-  
ности полёта от величины  $\mu_k$   
 $= \varphi(\mu_k)$   
представлена на графике № 13.  
величине дальности значения  $\mu_k$   
дальнейшем к первому опреде-  
веса.

Зависимость конечной скорости от

относительного конечного веса  $\mu_k$

$$V_k = -g P_{ygn} \cdot \sin \theta_k - T J_1 - \frac{g^2}{P_k} J_2 \cdot \mu_k P_{ygn} - P_{ygn} / J_3$$

$$\Delta P_{yg} = 0.15 P_{ygn}; P_m = 10500 \frac{kg}{m^2}; \theta_k = 40^\circ; v_0 = 0.55$$



Л эл.  
кл.

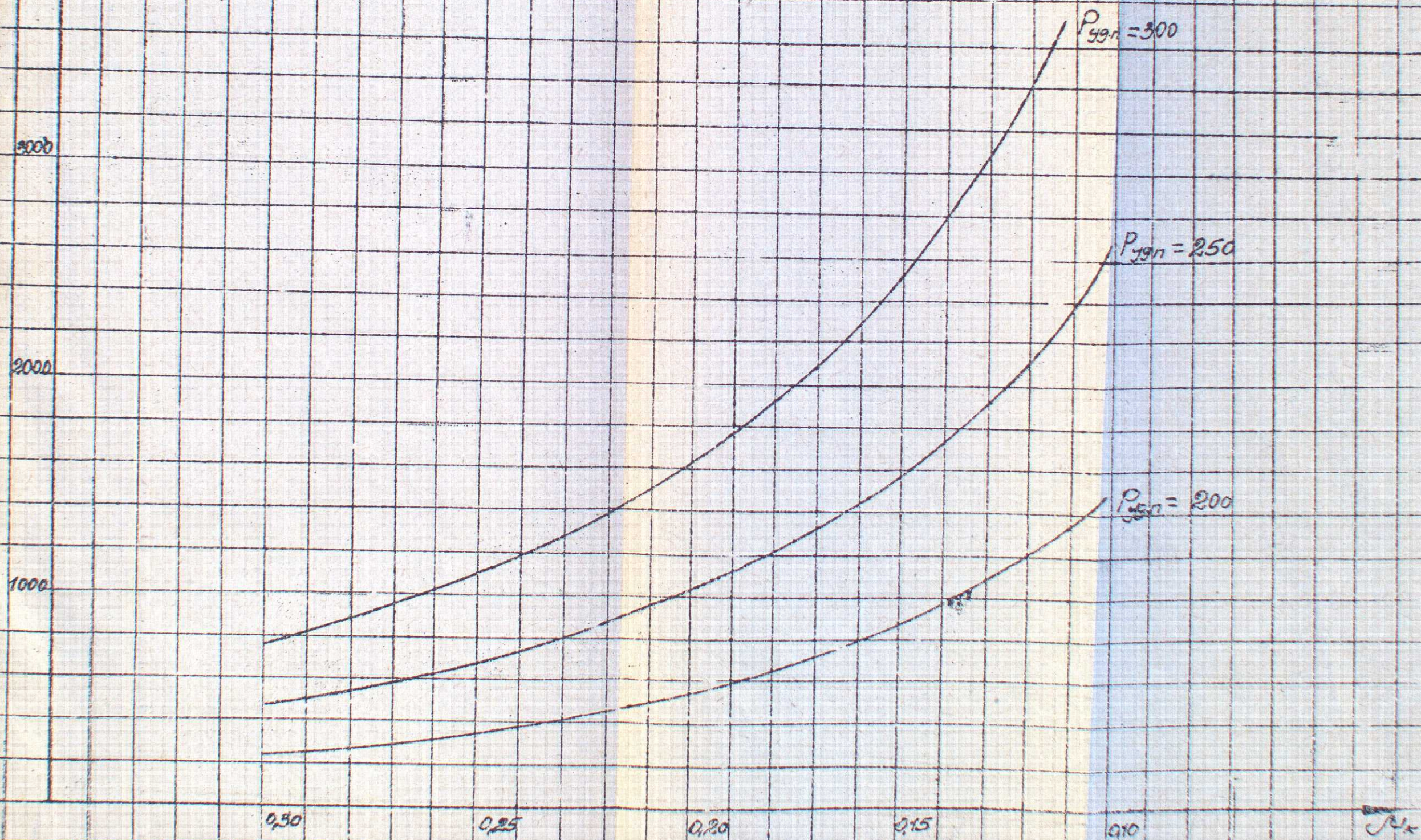
Зависимость дальности эллиптического участка  
траектории от величины относительного конечного веса  $\mu_k$

График № 12

4

При этом

$$v_0 = 0,55 \quad P_{\text{пл}} = 10000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}; \quad \theta_k = 40^\circ; \quad \Delta P_{\text{уд}} = 0,15 P_{\text{уд.н.}}$$



Зависимость полной дальности  
 от относительного конечного веса  $N_k$   
 при этом:

График №13.

$V_0 = 0,55$ ;  $P_m = 10000 \frac{кг}{м^2}$ ;  $\theta_k = 40^\circ$   $\Delta P_{ygn} = 0,15 P_{ygn}$

